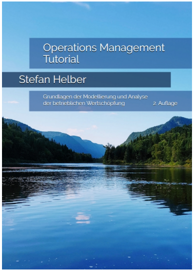
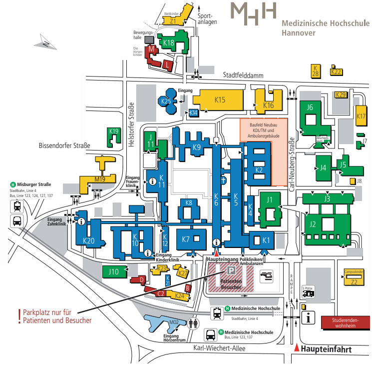
Layoutplanung

Problemaspekte

Prof. Dr. Stefan Helber



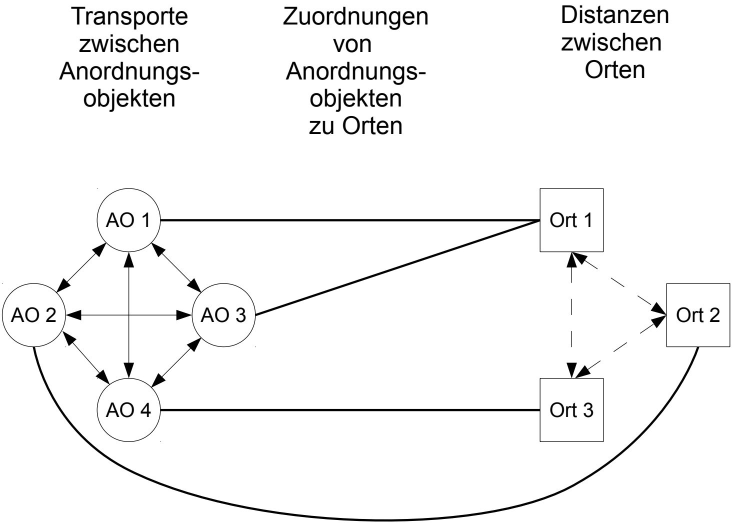
Problemaspekte



Räumliche Struktur von Betriebsstätten

- Gliederung in Abteilungen oder Werkstätten
- Transport- und Materialflussbeziehungen
- Beispiel MHH: 100+ Mitarbeiter im Hol- und Bring-Dienst, 600.000+ Transportvorgänge p.a.

Abstraktes Layoutplanungsproblem



Wichtige Problemaspekte

Restriktionen der Layoutplanung

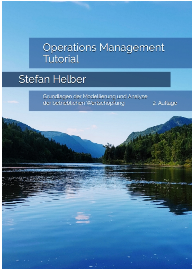
- Platzbedarfe und Kapazitätsrestriktionen
- Absolute Anordnungsgebote
- Absolute Anordnungsverbote
- Relative Anordnungsgebote
- Relative Anordnungsverbote

Kann man alles berücksichtigen, wenn man das Grundproblem lösen kann!!

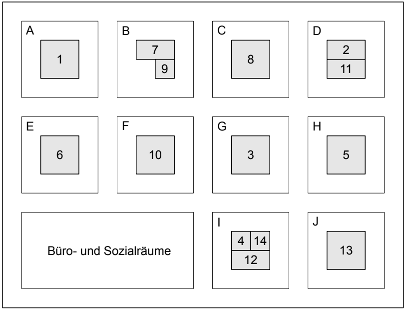
Layoutplanung

Beispiel und Entscheidungsmodell

Prof. Dr. Stefan Helber



Beispiel: Fertigung im Industriebetrieb



- Werkshalle gegliedert in 10 Sektoren (Orte)
- 14 Werkstätten unterschiedlicher Größe (Anordnungsobjekte)
- Zuordnung der AO 1, 6 und 13 zu den Sektoren A, E und J erforderlich
- Transporte durch FTS
- Transportsystem teuer und überlastet
- neue FTS kaufen oder Layout ändern?

Distanzen zwischen Orten k und l

$k \backslash l$	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	0	1	2	3	1	2	3	4	4	5
B	1	0	1	2	2	1	2	3	3	4
C	2	1	0	1	3	2	1	2	2	3
D	3	2	1	0	4	3	2	1	3	2
E	1	2	3	4	0	1	2	3	3	4
F	2	1	2	3	1	0	1	2	2	3
G	3	2	1	2	2	1	0	1	1	2
H	4	3	2	1	3	2	1	0	2	1
I	4	3	2	3	3	2	1	2	0	1
J	5	4	3	2	4	3	2	1	1	0

Transporte

Anzahl Transporte je Zeiteinheit m_{ij} zwischen den AOn i und j

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	10		13		6	23		8			41		10
2		0			4	34		23		55		3	54	2
3	3	4	0		10				17		22		3	
4				0										
5	67		11		0			12		32		5		36
6		2				0								
7		13		85		5	0	2		23	5	20		7
8					7			0						
9	5		48	23			4		0	3	14		87	3
10		2		45	12	3		45		0	2	15		
11	3		21	43		73	32			3	0	67	5	78
12	2	12	43		62	8		34		43		0		3
13			4			12		3			2		0	12
14		2		31			5			11	55		7	0

Flächen

- Flächenbedarfe der Anordnungsobjekte (in 100 qm)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
a_i	4	2	4	1	4	4	2	4	1	4	2	2	4	1

- Flächenangebot jeweils 400 qm je Sektor

Entscheidungsmodell: Zuordnung von AO zu Orten

Ziel und Restriktionen

- Minimierung des Transportaufwands
- Zuordnung jedes AOs
- Berücksichtigung des Platzangebotes an den Orten

Notation

Symbol	Bedeutung
	Indizes und Indexmengen
$i, j \in \mathcal{I}$	Anordnungsobjekte (AOe)
$k, l \in \mathcal{K}$	Orte (Lokationen)
	Parameter
a_i	Platzbedarf von AO i
c_k	Platzangebot an Ort k
d_{kl}	Distanz zwischen Orten k und l
m_{ij}	Anzahl Transporte je Zeiteinheit zwischen AO i und j
	Entscheidungsvariablen
$X_{ik} \in \{0, 1\}$	gleich 1, wenn das AO i dem Ort k zugeordnet wird, sonst 0

Grundmodell zur Layoutplanung

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{j \in \mathcal{I}} \sum_{l \in \mathcal{K}} m_{ij} \cdot d_{kl} \cdot X_{ik} \cdot X_{jl} \tag{1}$$

u. B. d. R.

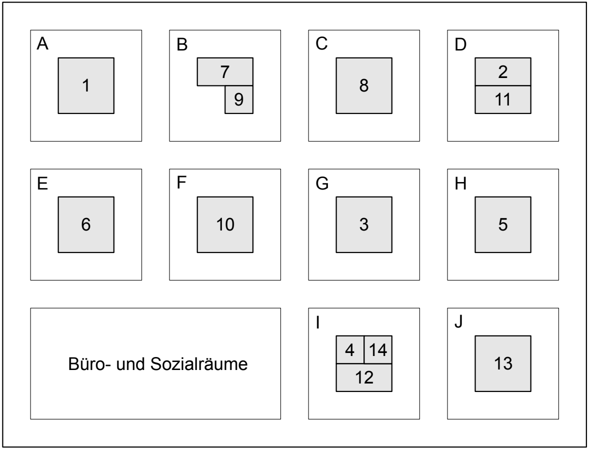
$$\sum_{k \in \mathcal{K}} X_{ik} = 1, \qquad i \in \mathcal{I} \tag{2}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} a_i \cdot X_{ik} \leq c_k, \qquad k \in \mathcal{K} \tag{3}$$

Es ist sehr (!) viel schlimmer, als es aussieht!

Ausgangssituation

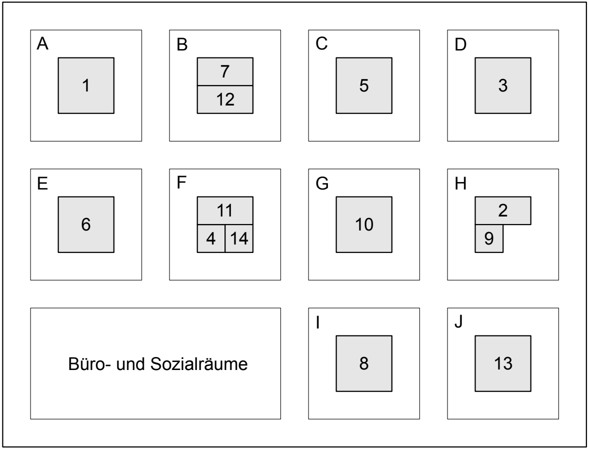
Hallenlayout in der Ausgangssituation (mit Zuordnung der AO 1, 6 und 13 zu den Sektoren A, E und J)



Produktiver Transportaufwand: 4.245 Entfernungseinheiten)

Lösung 1

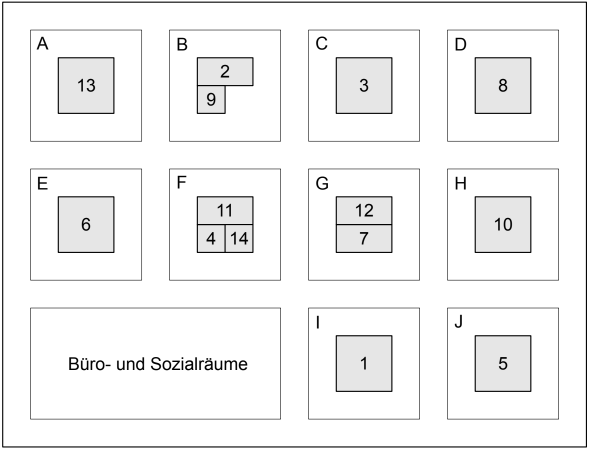
Hallenlayout in der optimalen Lösung bei erzwungener Zuordnung der AO 1, 6 und 13 zu den Sektoren A, E und J



Produktiver Transportaufwand: 2.260 Entfernungseinheiten

Lösung 2

Hallenlayout in der optimalen Lösung ohne erzwungene Zuordnung der AO 1, 6 und 13 zu den Sektoren A, E und J



Produktiver Transportaufwand: 2.145 Entfernungseinheiten

Lösung des Modells

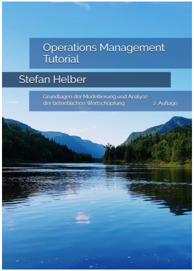
Schwierigkeit und Ansätze

- quadratische Komponente $X_{ik} \cdot X_{jl}$ in der Zielfunktion
- Linearisierung
- Dekomposition, iterative Lösung von Teilproblemen
- ähnlich gute Lösungen sehen u. U. völlig unterschiedlich aus

Layoutplanung

Linearisierung der Zielfunktion

Prof. Dr. Stefan Helber



Ausgangsmodell

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{j \in \mathcal{I}} \sum_{l \in \mathcal{K}} m_{ij} \cdot d_{kl} \cdot X_{ik} \cdot X_{jl} \tag{1}$$

u. B. d. R.

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} X_{ik} = 1, \qquad i \in \mathcal{I} \tag{2}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} a_i \cdot X_{ik} \leq c_k, \qquad k \in \mathcal{K} \tag{3}$$

Einfachste Idee

- Einführung einer neuen Binärvariable $\tilde{X}_{ijkl}$ an Stelles des Produktes $X_{ik} \cdot X_{lj}$
- Kopplung durch weitere Restriktionen

Linearisiertes Modell

$$\text{Minimiere } Z = \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{j \in \mathcal{I}} \sum_{l \in \mathcal{K}} m_{ij} \cdot d_{kl} \cdot \tilde{X}_{ijkl} \tag{4}$$

u. B. d. R.

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} X_{ik} = 1, \qquad i \in \mathcal{I} \tag{5}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} a_i \cdot X_{ik} \leq c_k, \qquad k \in \mathcal{K} \tag{6}$$

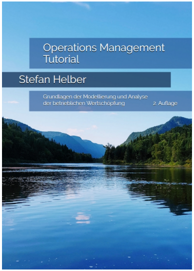
$$X_{ik} + X_{jl} \leq 1 + \tilde{X}_{ijkl}, \qquad i, j \in \mathcal{I}; k, l \in \mathcal{K} \tag{7}$$

Nun prinzipiell mit Standardmethoden für lineare Modelle lösbar!!

Layoutplanung

Dekomposition und iterative Lösung des Problems

Prof. Dr. Stefan Helber



Lösung des Layoutplanungsproblems

Beobachtungen

- kleine Probleminstanzen nach Linearisierung exakt lösbar
- Rechenaufwand steigt explosionsartig mit der Problemgröße
- Rechenaufwand sinkt, wenn Teile der Lösung durch Restriktionen festgehalten werden, z. B.

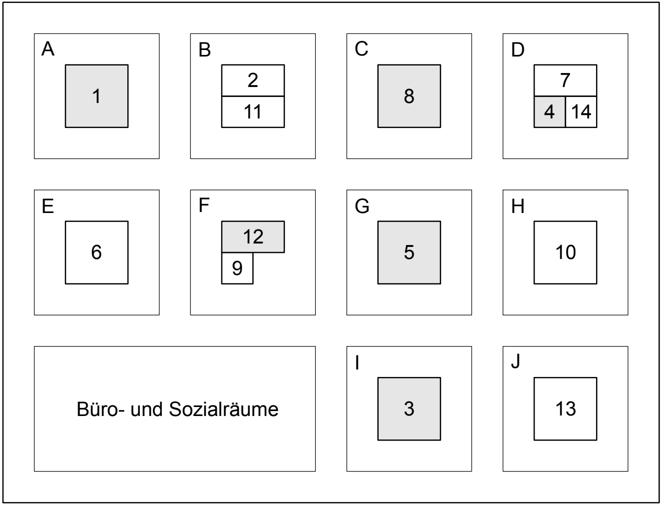
$$X_{1,A} = 1 \tag{1}$$
$$X_{6,E} = 1 \tag{2}$$
$$X_{13,J} = 1 \tag{3}$$

Idee des Fix-and-Optimize-Verfahrens

- Startlösung finden
- iterative Betrachtung von Teilproblemen
- eingeschränkte, zufällig bestimmte Menge zu optimierender AO $\mathcal{I}^{\text{opt}}$ oder Orte $\mathcal{K}^{\text{opt}}$
- Fixierung der restlichen AO oder Orte

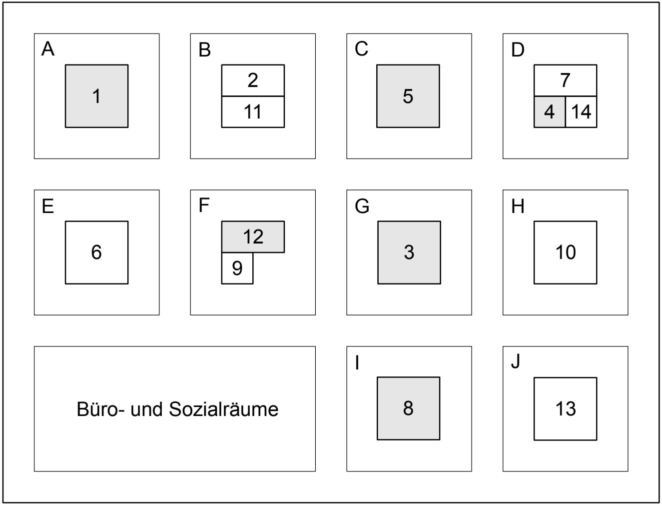
Beliebige Ausgangslösung: 3217 EE

Optimierung über die AO 1, 3, 4, 5, 8 sowie 12 und alle Orte



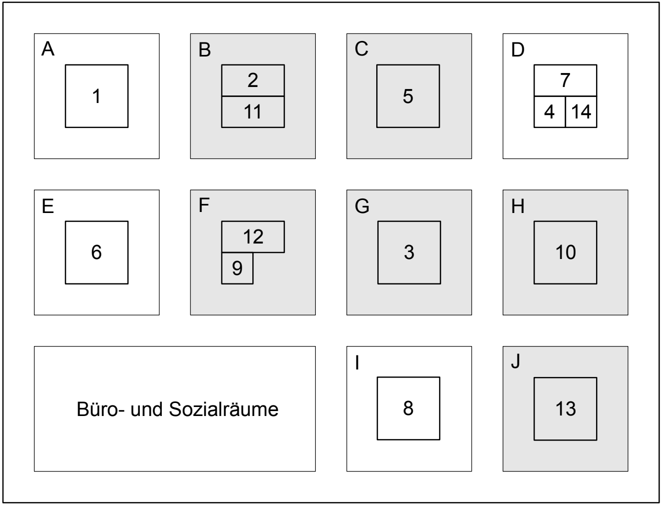
Zwischenergebnis: 3133 EE

Optimierung über die AO 1, 3, 4, 5, 8 sowie 12 und alle Orte



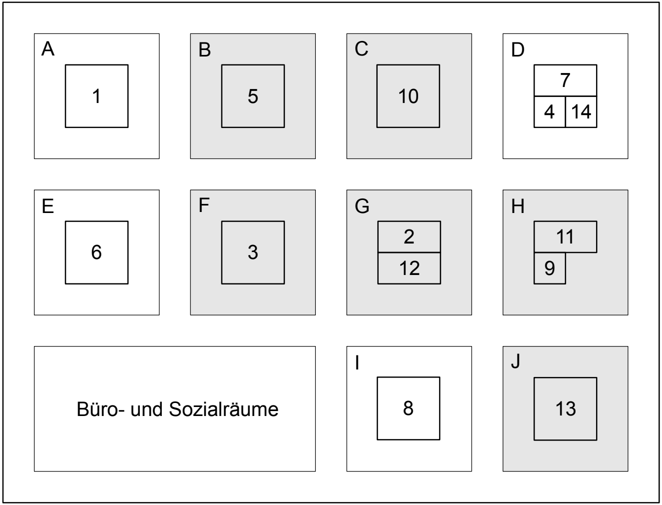
Zwischenergebnis: 3133 EE

Optimierung über die Orte B, C, F, G, H sowie J und alle AO

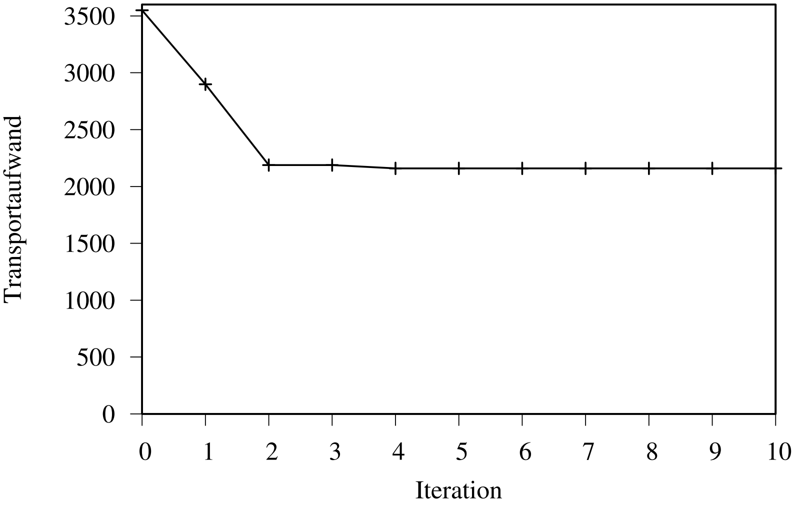


Zwischenergebnis: 2440 EE (Optimum 2260 EE)

Optimierung über die Orte B, C, F, G, H sowie J und alle AO



Lösungsverlauf ohne erzwungene Fixierungen



(Vergleich: Optimum 2145 EE)